Белорусский государственный технологический университет

Кафедра информационных систем и технологий

**Лабораторная работа №6**

**Транспортная задача**

Выполнила:

студентка 2 курса 2 группы

Кохнович Алина Сергеевна

Минск 2016

**ЦЕЛЬ :** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **18** | **8** | **12** | **9** | **17** | **7** | **174** |
| 2 | **16** | **6** | **14** | **11** | **13** | **19** | **119** |
| 3 | **7** | **11** | **17** | **14** | **8** | **17** | **156** |
| 4 | **10** | **16** | **16** | **9** | **19** | **8** | **165** |
| 5 | **9** | **17** | **15** | **6** | **16** | **10** | **106** |
| Потребности | **149** | **113** | **137** | **199** | **101** | **169** |  |

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

В нашем случае, запасы поставщиков - 720 единиц продукции меньше, чем потребность потребителей - 868 на 148 единиц. Введем в рассмотрение фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным 148. Стоимость доставки единицы продукции от данного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| 2 | 16 | 6 | 14 | 11 | 13 | 19 | 119 |
| 3 | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6 | 16 | 10 | 106 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 113 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

Теперь выполняется условиет.е. добавлен фиктивный склад 6.

**А теперь по порядку рассмотрим минимальные элементы матрицы тарифов:**

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-2 и равен 6, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 2 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 119 единиц продукции. Потребность потребителя 2 составляет 113 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 2 будем доставлять min = { 119 , 113 } = 113 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| 3 | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6 | 16 | 10 | 106 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 0 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 5-4 и равен 6, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 5 к потребителю наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 5 составляют 106 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 199 единиц продукции.

От поставщика 5 к потребителю 4 будем доставлять min = { 106 , 199 } = 106 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| 3 | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 0 | 137 | 93 | 101 | 169 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-6 и равен 7, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 6 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 174 единицы продукции. Потребность потребителя 6 составляет 169 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 6 будем доставлять min = { 174 , 169 } = 169 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 5 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| 3 | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 0 | 137 | 93 | 101 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-1 и равен 7, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 1 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 156 единицы продукции. Потребность потребителя 1 составляет 149 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 1 будем доставлять min = { 156 , 149 } = 149 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 5 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 7 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 0 | 0 | 137 | 93 | 101 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-5 и равен 8, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 7 единицы продукции. Потребность потребителя 5 составляет 101 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 5 будем доставлять min = { 7 , 101 } = 7 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 5 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | 0 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 0 | 0 | 137 | 93 | 94 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-4 и равен 9, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 5 единицы продукции. Потребность потребителя 4 составляет 199 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 4 будем доставлять min = { 5 , 93 } = 5 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9**[5]** | 17 | 7**[169]** | 0 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | 0 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 0 | 0 | 137 | 88 | 94 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-4 и равен 9, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 165 единицы продукции. Потребность потребителя 4 составляет 88 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 4 будем доставлять min = {165 , 88 } = 88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 0 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | 0 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9**[88]** | 19 | 8 | 77 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 0 | 0 | 137 | 0 | 94 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-5 и равен 13, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 6 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 94 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 4 будем доставлять min = {6 , 94 } = 6 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 0 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13**[6]** | 19 | 0 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | 0 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9**[88]** | 19 | 8 | 77 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | **6[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | **0** | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 0 | 0 | 137 | **0** | 88 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-3 и равен 16, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 77 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 137 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 3 будем доставлять min = {77 , 137 } = 77 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 0 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 0 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | 0 |
| 4 | 10 | 16 | 16**[77]** | 9**[88]** | 19 | 8 | 0 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| Потребность | 0 | 0 | 60 | 0 | 88 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-3 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 11 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 94 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 3 будем доставлять min = {148 , 60 } = 60 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 0 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 0 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | 0 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9**[165]** | 19 | 8 | 0 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0**[60]** | 0**[11]** | 0 | 0 | 88 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 88 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-5 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 88 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 88 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 3 будем доставлять min = {88 , 88 } = 88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | 0 |
| 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | 0 |
| 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | 0 |
| 4 | 10 | 16 | 16 | 9**[165]** | 19 | 8 | 0 |
| 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0**[60]** | 0**[11]** | 0**[88]** | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Заполненные нами ячейки будем называть базисными, остальные - свободными.

Для решения задачи методом потенциалов, количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) должно равняться m + n - 1, где m - количество строк в таблице, n - количество столбцов в таблице.

Количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) равно 11, что и требовалось.

Мы нашли начальное решение, т.е израсходовали все запасы поставщиков и удовлетворили все потребности потребителей.

## S = 169\*7 + 113\*6+ 149\*7 + 7\*8 + 165\*9 + 106\*6 + 60\*0 + 88\*0 +11\*0= 5067 ден. ед.

Общие затраты на доставку всей продукции, для начального решения , составляют **5067** ден. ед. .

Дальнейшие наши действия будут состоять из шагов, каждый из которых состоит в следующем:

* Находим потенциалы поставщиков и потребителей для имеющегося решения.
* Находим оценки свободных ячеек. Если все оценки окажутся неотрицательными - задача решена.
* Выбираем свободную ячейку (с отрицательной оценкой), выбор которой, позволяет максимально снизить общую стоимость доставки всей продукции на данном шаге решения.
* Находим новое решение, как минимум, не хуже предыдущего.
* Вычисляем общую стоимость доставки всей продукции для нового решения.
* **ПРОИЗВЕДЕМ ОЦЕНКУ ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ.**
* Каждому поставщику Ai ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика.
* Каждому потребителю Bj ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое потенциалом потребителя.
* Для базисной ячеки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.
* (ui + vj = cij, где cij - тариф клетки AiBj)
* Поскольку, число базисных клеток - **11**, а общее количество потенциалов равно **12**, то для однозначного определения потенциалов, значение одного из них можно выбрать произвольно.
* Пусть u1 = 0.   
  Последовательно найдем значения потенциалов.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | A1B4 : | v4 + u1 = 9 | v4 = 9 - 0 = 9 | | A1B6 : | v6 + u1 = 7 | v6 = 7 - 0 = 7 | | A4B4 : | v4 + u4 = 9 | u4 = 9 - 9 = 0 | | A5B4 : | v4 + u5 = 6 | u5 = 6 - 9 = -3 | | A4B3 : | v3 + u4 = 16 | v3 = 16 - 0 = 16 | | A6B3 : | v3 + u6 = 0 | u6 = 0 - 16 = -16 | | A6B5 : | v5 + u6 = 0 | v5 = 0 - (-16) = 16 | | A2B5 : | v5 + u2 = 13 | u2 = 13 - 16 = -3 | | A3B5 : | v5 + u3 = 8 | u3 = 8 - 16 = -8 | | A2B2 : | v2 + u2 = 6 | v2 = 6 - (-3) = 9 | | A3B1 : | v1 + u3 = 7 | v1 = 7 - (-8) = 15 | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | U |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 |
| A 1 | 18 | 8 | 12 | 9 | 17 | 7**[169]** | u1 = 0 |
| A 2 | 16 | 6**[113]** | 14 | 11 | 13 | 19 | u2 = -3 |
| A 3 | 7**[149]** | 11 | 17 | 14 | 8**[7]** | 17 | u3 = -8 |
| A 4 | 10 | 16 | 16 | 9**[165]** | 19 | 8 | u4 = 0 |
| A 5 | 9 | 17 | 15 | 6**[106]** | 16 | 10 | u5 = -3 |
| A 6 | 0 | 0 | 0**[60]** | 0**[11]** | 0**[88]** | 0 | u6 = -16 |
| V | v1 = 15 | v2 = 9 | v3 = 16 | v4 = 9 | v5 = 16 | v6 = 7 |  |

**Найдем оценки свободных ячеек следующим образом:**

|  |  |
| --- | --- |
| A1B1 : | Δ11 = c11 - ( u1 + v1 ) = 18 - ( 0 + 15 ) = 3 |
| A1B2 : | Δ12 = c12 - ( u1 + v2 ) = 8 - ( 0 + 9 ) = -1 |
| A1B3 : | Δ13 = c13 - ( u1 + v3 ) = 12 - ( 0 + 16 ) = -4 |
| A1B5 : | Δ15 = c15 - ( u1 + v5 ) = 17 - ( 0 + 16 ) = 1 |
| A2B1 : | Δ21 = c21 - ( u2 + v1 ) = 16 - ( -3 + 15 ) = 4 |
| A2B3 : | Δ23 = c23 - ( u2 + v3 ) = 14 - ( -3 + 16 ) = 1 |
| A2B4 : | Δ24 = c24 - ( u2 + v4 ) = 11 - ( -3 + 9 ) = 5 |
| A2B6 : | Δ26 = c26 - ( u2 + v6 ) = 19 - ( -3 + 7 ) = 15 |
| A3B2 : | Δ32 = c32 - ( u3 + v2 ) = 11 - ( -8 + 9 ) = 10 |
| A3B3 : | Δ33 = c33 - ( u3 + v3 ) = 17 - ( -8 + 16 ) = 9 |
| A3B4 : | Δ34 = c34 - ( u3 + v4 ) = 14 - ( -8 + 9 ) = 13 |
| A3B6 : | Δ36 = c36 - ( u3 + v6 ) = 17 - ( -8 + 7 ) = 18 |
| A4B1 : | Δ41 = c41 - ( u4 + v1 ) = 10 - ( 0 + 15 ) = -5 |
| A4B2 : | Δ42 = c42 - ( u4 + v2 ) = 16 - ( 0 + 9 ) = 7 |
| A4B5 : | Δ45 = c45 - ( u4 + v5 ) = 19 - ( 0 + 16 ) = 3 |
| A4B6 : | Δ46 = c46 - ( u4 + v6 ) = 8 - ( 0 + 7 ) = 1 |
| A5B1 : | Δ51 = c51 - ( u5 + v1 ) = 9 - ( -3 + 15 ) = -3 |
| A5B2 : | Δ52 = c52 - ( u5 + v2 ) = 17 - ( -3 + 9 ) = 11 |
| A5B3 : | Δ53 = c53 - ( u5 + v3 ) = 15 - ( -3 + 16 ) = 2 |
| A5B5 : | Δ55 = c55 - ( u5 + v5 ) = 16 - ( -3 + 16 ) = 3 |
| A5B6 : | Δ56 = c56 - ( u5 + v6 ) = 10 - ( -3 + 7 ) = 6 |
| A6B1 : | Δ61 = c61 - ( u6 + v1 ) = 0 - ( -16 + 15 ) = 1 |
| A6B2 : | Δ62 = c62 - ( u6 + v2 ) = 0 - ( -16 + 9 ) = 7 |
| A6B4 : | Δ64 = c64 - ( u6 + v4 ) = 0 - ( -16 + 9 ) = 7 |
| A6B6 : | Δ66 = c66 - ( u6 + v6 ) = 0 - ( -16 + 7 ) = 9 |

* **Все оценки свободных ячеек положительные, следовательно, найдено оптимальное решение.**
* Есть отрицательные оценки, следовательно, возможно получить новое решение
* **ШАГ №1.**
* Выберем ячейку A4B1, ее оценка отрицательная. Поставьте курсор мыши в выбранную ячейку A4B1.   
  Используя горизонтальные и вертикальные перемещения курсора, соедините непрерывной линией заполненные ячейки так, чтобы вернуться в исходную ячейку.   
  Ячейки, расположенные в вершинах построенной ломаной линии, образуют цикл для выбранной ячейки.   
  Он единственный. Направление обхода не имеет значения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 |
| A 1 | 18 | 8 | 12 | 9[5] | 17 | **7[169]** | 174 |
| A 2 | 16 | **6[113]** | 14 | 11 | **13[6]** | 19 | 119 |
| A 3 | **7[149]** | 11 | 17 | 14 | **8[7]** | 17 | 156 |
| A 4 | 10[-5] | 16 | **16[77]** | **9[88]** | 19 | 8 | 165 |
| A 5 | 9 | 17 | 15 | **6[106]** | 16 | 10 | 106 |
| A 6 | 0 | 0 | **0[60]** | 0 | **0[88]** | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 113 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

77 = min { 77, 88, 149 }

Данное преобразование не изменит баланса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 |
| A 1 | 18 | 8 | 12 | 9[5] | 17 | **7[169]** | 174 |
| A 2 | 16 | **6[113]** | 14 | 11 | **13[6]** | 19 | 119 |
| A 3 | **7[149]** | 11 | 17 | 14 | **8[7]** | 17 | 156 |
| A 4 | 10[-5] | 16 | **16[77]** | **9[88]** | 19 | 8 | 165 |
| A 5 | 9 | 17 | 15 | **6[106]** | 16 | 10 | 106 |
| A 6 | 0 | 0 | **0[60]** | 0 | **0[88]** | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 113 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

* А вот общая стоимость доставки продукции изменится на величину:  
  10 \* 77 - 16 \* 77 + 0 \* 77 - 0 \* 77 + 8 \* 77 - 7 \* 77 = ( 10 - 16 + 0 - 0 + 8 - 7 ) \* 77 = -5 \* 77 ден. ед.  
  **-5 \* 77 = Δ41 \* 77**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 |
| A 1 | 18 | 8 | 12 | 9[5] | 17 | **7[169]** | 174 |
| A 2 | 16 | **6[113]** | 14 | 11 | **13[6]** | 19 | 119 |
| A 3 | **7[149-77]** | 11 | 17 | 14 | **8[7+77]** | 17 | 156 |
| A 4 | 10[-5]+77 | 16 | **16[77-77]** | **9[88]** | 19 | 8 | 165 |
| A 5 | 9 | 17 | 15 | **6[106]** | 16 | 10 | 106 |
| A 6 | 0 | 0 | **0[60+77]** | 0 | **0[88-77]** | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 113 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

* Получили новое решение.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 |
| A 1 | 18 | 8 | 12 | 9[5] | 17 | **7[169]** | 174 |
| A 2 | 16 | **6[113]** | 14 | 11 | **13[6]** | 19 | 119 |
| A 3 | **7[72]** | 11 | 17 | 14 | **8[84]** | 17 | 156 |
| A 4 | 10[77] | 16 | **16** | **9[88]** | 19 | 8 | 165 |
| A 5 | 9 | 17 | 15 | **6[106]** | 16 | 10 | 106 |
| A 6 | 0 | 0 | **0[137]** | 0 | **0[11]** | 0 | 148 |
| Потребность | 149 | 113 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

Общую сумму доставки продукции, для данного решения, легко посчитать.

S = 5067 + Δ41 \* 77 = 5743 -5 \* 77 = 4682 ден. ед.

Полученное решение является оптимальным?

Проверим, является ли полученное решение оптимальным

Каждому поставщику A i ставим в соответствие некоторое число u i , называемое потенциалом поставщика.  
Каждому потребителю B j ставим в соответствие некоторое число v j , называемое потенциалом потребителя.

Для задействованного маршрута, сумма потенциалов поставщика и потребителя равна тарифу задействованного маршрута.  
Значение одного потенциала необходимо задать. Пусть u1 = 0.   
Последовательно найдем значения потенциалов.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A1B4 : | v4 + u1 = 9 | v4 = 9 - 0 = 9 |
| A1B6 : | v6 + u1 = 7 | v6 = 7 - 0 = 7 |
| A4B4 : | v4 + u4 = 9 | u4 = 9 - 9 = 0 |
| A5B4 : | v4 + u5 = 6 | u5 = 6 - 9 = -3 |
| A4B1 : | v1 + u4 = 10 | v1 = 10 - 0 = 10 |
| A3B1 : | v1 + u3 = 7 | u3 = 7 - 10 = -3 |
| A3B5 : | v5 + u3 = 8 | v5 = 8 - (-3) = 11 |
| A6B5 : | v5 + u6 = 0 | u6 = 0 - 11 = -11 |
| A2B5 : | v5 + u2 = 13 | u2 = 13 - 11 = 2 |
| A6B3 : | v3 + u6 = 0 | v3 = 0 - (-11) = 11 |
| A2B2 : | v2 + u2 = 6 | v2 = 6 - 2 = 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 |
| A 1 | 18 | 8 | 12 | 9[5] | 17 | **7[169]** | u1 =0 |
| A 2 | 16 | **6[113]** | 14 | 11 | **13[6]** | 19 | u2 =2 |
| A 3 | **7[72]** | 11 | 17 | 14 | **8[84]** | 17 | u3 =-3 |
| A 4 | 10[77] | 16 | **16** | **9[88]** | 19 | 8 | u4 =0 |
| A 5 | 9 | 17 | 15 | **6[106]** | 16 | 10 | u5 =-3 |
| A 6 | 0 | 0 | **0[137]** | 0 | **0[11]** | 0 | u6 =-11 |
| V | v1 = 10 | v2 = 4 | v3 = 11 | v4 = 9 | v5 = 11 | v6 = 7 |  |

Найдем оценки незадействованных маршрутов.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | A1B1 : | Δ11 = c11 - ( u1 + v1 ) = 18 - ( 0 + 10 ) = 8 | | A1B2 : | Δ12 = c12 - ( u1 + v2 ) = 8 - ( 0 + 4 ) = 4 | | A1B3 : | Δ13 = c13 - ( u1 + v3 ) = 12 - ( 0 + 11 ) = 1 | | A1B5 : | Δ15 = c15 - ( u1 + v5 ) = 17 - ( 0 + 11 ) = 6 | | A2B1 : | Δ21 = c21 - ( u2 + v1 ) = 16 - ( 2 + 10 ) = 4 | | A2B3 : | Δ23 = c23 - ( u2 + v3 ) = 14 - ( 2 + 11 ) = 1 | | A2B4 : | Δ24 = c24 - ( u2 + v4 ) = 11 - ( 2 + 9 ) = 0 | | A2B6 : | Δ26 = c26 - ( u2 + v6 ) = 19 - ( 2 + 7 ) = 10 | | A3B2 : | Δ32 = c32 - ( u3 + v2 ) = 11 - ( -3 + 4 ) = 10 | | A3B3 : | Δ33 = c33 - ( u3 + v3 ) = 17 - ( -3 + 11 ) = 9 | | A3B4 : | Δ34 = c34 - ( u3 + v4 ) = 14 - ( -3 + 9 ) = 8 | | A3B6 : | Δ36 = c36 - ( u3 + v6 ) = 17 - ( -3 + 7 ) = 13 | | A4B2 : | Δ42 = c42 - ( u4 + v2 ) = 16 - ( 0 + 4 ) = 12 | | A4B3 : | Δ43 = c43 - ( u4 + v3 ) = 16 - ( 0 + 11 ) = 5 | | A4B5 : | Δ45 = c45 - ( u4 + v5 ) = 19 - ( 0 + 11 ) = 8 | | A4B6 : | Δ46 = c46 - ( u4 + v6 ) = 8 - ( 0 + 7 ) = 1 | | A5B1 : | Δ51 = c51 - ( u5 + v1 ) = 9 - ( -3 + 10 ) = 2 | | A5B2 : | Δ52 = c52 - ( u5 + v2 ) = 17 - ( -3 + 4 ) = 16 | | A5B3 : | Δ53 = c53 - ( u5 + v3 ) = 15 - ( -3 + 11 ) = 7 | | A5B5 : | Δ55 = c55 - ( u5 + v5 ) = 16 - ( -3 + 11 ) = 8 | | A5B6 : | Δ56 = c56 - ( u5 + v6 ) = 10 - ( -3 + 7 ) = 6 | | A6B1 : | Δ61 = c61 - ( u6 + v1 ) = 0 - ( -11 + 10 ) = 1 | | A6B2 : | Δ62 = c62 - ( u6 + v2 ) = 0 - ( -11 + 4 ) = 7 | | A6B4 : | Δ64 = c64 - ( u6 + v4 ) = 0 - ( -11 + 9 ) = 2 | | A6B6 : | Δ66 = c66 - ( u6 + v6 ) = 0 - ( -11 + 7 ) = 4 | |  | |  |

* Нет отрицательных оценок, следовательно, уменьшить общую стоимость доставки продукции невозможно.

Smin = 4682 ден. ед.